

Sprawdzian z Metod Formalnych Informatyki, 17.01.2013

Imię i nazwisko	
Numer grupy:	

Oświadczam, że w czasie trwania sprawdzianu nie udzielałem pomocy innym studentom, oraz że sam nie korzystałem z pomocy w żadnej formie.

Sprawdzian trwa 90 minut. Każdą odpowiedź należy uzasadnić. Zadania są równo punktowane. Ostateczna liczba punktów ze sprawdzianu to suma punktów trzech najwyższej ocenionych zadań.

- Funkcję $g : X \rightarrow X$ nazywamy *inwolucją* jeśli $g \circ g = \text{id}_X$.
 - Udowodnij że funkcję $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ określoną przez $f(n) = n + 1$ da się przedstawić jako złożenie dwóch involucji.
 - Udowodnij że każdą bijekcję $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ da się przedstawić jako złożenie dwóch involucji.
- Niech $P = (\mathbb{N}, |)$ będzie zbiorem $\mathbb{N}$ uporządkowanym relacją podzielności (tzn. $x|y \iff \exists z \in \mathbb{N} x \cdot z = y$).
 - Jaka jest moc zbioru łańcuchów w P ?
 - Jaka jest moc zbioru łańcuchów maksymalnych w P ?
- Niech $P_1 = (\mathbb{Q} \times \mathbb{Z}, \preceq)$ oraz $P_2 = (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \sqsubseteq)$, gdzie $\preceq$ oraz $\sqsubseteq$ są porządkami produktowymi (tzn. dla dowolnych $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Z}$ mamy $(x_1, y_1) \preceq (x_2, y_2)$ wtw gdy $(x_1 <_{\mathbb{Q}} x_2) \vee (x_1 = x_2 \wedge y_1 \leq_{\mathbb{Z}} y_2)$ i analogicznie dla $\sqsubseteq$).

Czy porządki P_1 i P_2 są podobne?
- Funkcję $g : X \rightarrow X$ nazywamy *inwolucją* jeśli $g \circ g = \text{id}_X$.
 - Udowodnij że dla dowolnej involucji $f : A \rightarrow A$ istnieje maksymalny (w sensie inkluzji) zbiór $B \subseteq A$ taki że $B \subseteq \vec{f}(A \setminus B)$.
 - Udowodnij że dla dowolnej bijekcji $f : A \rightarrow A$ istnieje maksymalny (w sensie inkluzji) zbiór $B \subseteq A$ taki że $B \subseteq \vec{f}(A \setminus B)$.