

Sprawdzian ze Wstępu do matematyki, 24.01.2012

Imię i nazwisko	
Nazwisko prowadzącego ćwiczenia	

Oświadczam, że w czasie trwania sprawdzianu nie udzielałem pomocy innym studentom, oraz że sam nie korzystałem z pomocy w żadnej formie.

Sprawdzian trwa 90 minut. Rozwiązanie każdego zadania proszę oddać na oddzielnej kartce.

1. Niech $\alpha: \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \rightarrow \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ będzie odwzorowaniem danym za pomocą wzoru $\alpha(f) = f \circ f$.
 - (a) (6p) Sprawdzić, czy α jest injekcją.
 - (b) (6p) Sprawdzić, czy α jest surjekcją.
2. Podać moc:
 - (a) (6p) zbioru wszystkich funkcji $f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ takich, że zbiory $f^{-1}(\{n\})$ mają tę samą moc dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$;
 - (b) (6p) zbioru wszystkich funkcji $f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ takich, że zbiory $f^{-1}(\{n\})$ dla $n \in \mathbb{N}$ mają parami różne moce.

Odpowiedzi uzasadnić.

3. Relację $S \subseteq X^2$ nazywamy *skośną* gdy

$$\forall x, y \in X: (x, y) \in S \Rightarrow (y, x) \notin S.$$

- (a) (8p) Pokazać, że każdą relację skośną $R \subseteq X^2$ można rozszerzyć do pewnej maksymalnej relacji skośnej $S \subseteq X^2$.
- (b) (8p) Pokazać, że dla każdej relacji $R \subseteq X^2$ istnieje maksymalna relacja skośna zawarta w R .